

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $2^{\frac{5}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 5$, $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

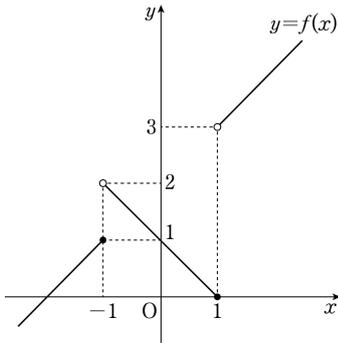
4. $\int_0^1 (3x^2 - 2)dx$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2n^2 + n$ 일 때, $a_3 + a_4 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

6. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	a	$a + \frac{1}{4}$	$a + \frac{1}{2}$	1

$P(X \leq 2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

8. $10^{0.94} = k$ 라 할 때, $\log k^2 + \log \frac{k}{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 1.82 ② 1.85 ③ 1.88 ④ 1.91 ⑤ 1.94

수학 영역(나형)

3

9. 어느 공장에서 생산하는 축구공 1개의 무게는 평균이 430g이고 표준편차가 14g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 축구공 중에서 임의로 선택한 축구공 1개의 무게가 409g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

10. 두 사건 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}$$

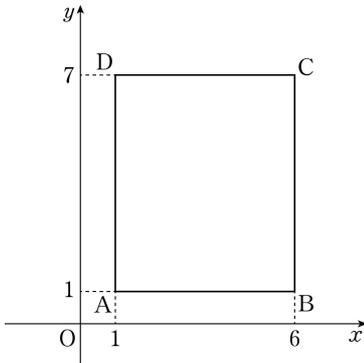
$$(나) P(A|B) + P(B|A) = \frac{10}{7}$$

$P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{21}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{4}{21}$ ④ $\frac{5}{21}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

11. 좌표평면에 네 점 A(1, 1), B(6, 1), C(6, 7), D(1, 7)을 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD가 있다. 함수 $y = \sqrt{x+3} + a$ 의 그래프가 직사각형 ABCD와 만나도록 하는 정수 a 의 개수는? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^4 + at^3 \quad (a \text{는 상수})$$

이다. $t=2$ 에서 점 P의 속도가 0일 때, $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 8 ④ $\frac{28}{3}$ ⑤ $\frac{32}{3}$

13 한 개의 동전을 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

한 번 던져 앞면이 나오면 2점, 뒷면이 나오면 1점을 얻는다.

이 시행을 5번 반복하여 얻은 점수의 합이 6 이하일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{5}{32}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{7}{32}$

14 어느 학급 학생 30명을 대상으로 A, B, C의 3가지 프로그램을 마련하여 진로 체험 활동을 실시하기로 하였다. 이때 모든 학생이 A, B, C 중 반드시 서로 다른 2가지 프로그램을 선택하도록 하였다. 프로그램 A를 선택한 학생은 20 명이고, 프로그램 B를 선택한 학생은 17명일 때, 프로그램 C를 선택한 학생의 수는? [4점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

15. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq a) \\ x^2-4 & (x > a) \end{cases}$$

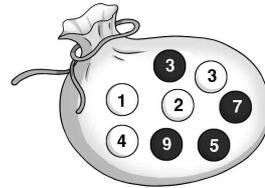
에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

16. 주머니에 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 흰 공 4개와 3, 5, 7, 9의 숫자가 각각 하나씩 적힌 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 3개의 공이 흰 공 2개, 검은 공 1개일 때, 꺼낸 검은 공에 적힌 수가 꺼낸 흰 공 2개에 적힌 수의 합보다 클 확률은?

[4점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$



17. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: (x-1)^2 \leq 0,$$

$$q: 2x^2 - (3k+7)x + 2 = 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

18. 주머니에 1이 적힌 공이 n 개, 2가 적힌 공이 $(n-1)$ 개, 3이 적힌 공이 $(n-2)$ 개, ..., n 이 적힌 공이 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 공에 적힌 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X) \geq 5$ 가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하는 과정이다.

n 이하의 자연수 k 에 대하여 k 가 적힌 공의 개수는 $(n-k+1)$ 이므로

$$P(X=k) = \frac{2(n-k+1)}{\text{(가)}} \quad (k=1, 2, 3, \dots, n)$$

확률변수 X 의 평균은

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^n kP(X=k) \\ &= \frac{2}{\text{(가)}} \times \sum_{k=1}^n k(n-k+1) \\ &= \text{(나)} \end{aligned}$$

$E(X) \geq 5$ 에서 n 의 최솟값은 (다) 이다.

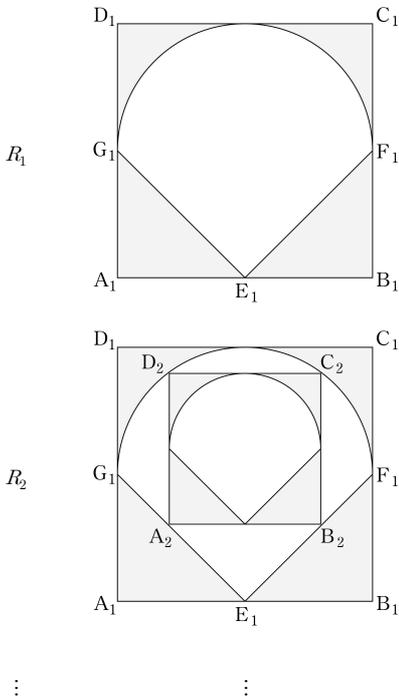
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $f(7)+g(7)+a$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 세 변 A_1B_1, B_1C_1, D_1A_1 의 중점을 각각 E_1, F_1, G_1 이라 하자. 선분 G_1F_1 을 지름으로 하고 선분 D_1C_1 에 접하는 반원의 호 G_1F_1 과 두 선분 G_1E_1, E_1F_1 로 둘러싸인 \diamond 모양의 도형의 외부와 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 G_1E_1 위의 점 A_2 , 선분 E_1F_1 위의 점 B_2 와 호 G_1F_1 위의 두 점 C_2, D_2 를 꼭짓점으로 하고 선분 A_2B_2 가 선분 A_1B_1 과 평행한 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 그린 \diamond 모양의 도형의 외부와 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25(6-\pi)}{42}$
- ② $\frac{25(6-\pi)}{32}$
- ③ $\frac{25(6-\pi)}{24}$
- ④ $\frac{25(6-\pi)}{21}$
- ⑤ $\frac{5(6-\pi)}{4}$

20. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(x) = x(x-2)(x-a)$ (단, a 는 실수)
- (나) 방정식 $|f(x)| = f(0)$ 은 실근을 갖지 않는다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $a=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ㄴ. $0 < a < 2$ 이고 $f(a) > 0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 네 실근을 갖는다.
 - ㄷ. 함수 $|f(x)-f(2)|$ 가 $x=k$ 에서만 미분가능하지 않으면 $k < 0$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x) = \frac{k}{x} + 5$ (k 는 양의 상수)의 그래프를 x 축의 방향으로 m ($m > 0$)만큼 평행이동시킨 그래프를 나타내는 함수를 $y = g(x)$ 라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $g(a) = b$, $g(b) = a$ 인 서로 다른 두 실수 a , b 가 존재한다.
- (나) 열린 구간 $(0, m)$ 에서 정의된 함수 $\frac{1}{f(x)-g(x)}$ 의 최댓값은 $\frac{5}{24}$ 이다.

$g(9)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

단답형

22. ${}_4P_2 + {}_4P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 세 수 $a+3$, a , 4 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{10}{2n^2+3n} < a_n < \frac{10}{2n^2+n}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_a^x f(t)dt = \frac{1}{3}x^3 - 9$$

를 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 실수이다.)

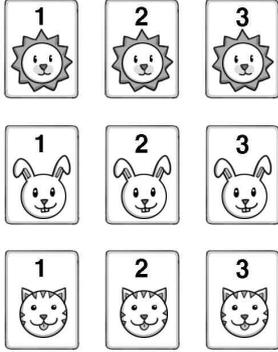
[3점]

26. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

(나) 집합 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

27. 그림과 같이 숫자 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 세 가지 그림의 카드 9장이 있다. 이 중에서 서로 다른 5장의 카드를 선택할 때, 숫자 1, 2, 3이 적힌 카드가 적어도 한 장씩 포함되도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 카드를 선택하는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]



28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 f 는 일대일 대응이다.

(나) $f(1) \neq 2$

(다) 등식 $\frac{1}{2}f(a) = (f \circ f^{-1})(a)$ 를 만족시키는 a 의 개수는 2이다.

$f(2) \times f^{-1}(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 t 에 대하여 $\int_0^t f(x)dx = \int_{2a-t}^{2a} f(x)dx$ 이다.

(나) $\int_a^2 f(x)dx = 2, \int_a^2 |f(x)|dx = \frac{22}{9}$

$f(k)=0$ 이고 $k < a$ 인 실수 k 에 대하여 $\int_k^2 f(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 가 다음 조건을 만족시킨다.

등식 $f(a)+1=f'(a)(a-t)$ 를 만족시키는 실수 a 의 값이 6 하나뿐이기 위한 필요충분조건은 $-2 < t < k$ 이다.

$f(8)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 -2 보다 큰 상수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.